
N° 109.

NOTE

Sur un instrument destiné à calculer rapidement toutes les surfaces et en particulier celles de déblai et remblai ;

Par M. DUPUIT, Ingénieur en chef des ponts et chaussées.

Presque tous les grands travaux d'utilité publique, routes, canaux, chemins de fer, etc., etc., exigent pour le métré des terrassements des calculs assez longs et assez compliqués. Pour les exécuter, il est indispensable d'avoir certaines connaissances de géométrie élémentaire que les ingénieurs ne trouvent pas chez tous les agents attachés à leur service. Il en résulte pour les plus capables de ces agents, et souvent même pour les ingénieurs, un travail long et fastidieux qui retarde la rédaction et l'exécution des projets et très-souvent leur est même nuisible sous le rapport de l'art. Lorsqu'on a consacré, en effet, une grande partie du temps dont on pouvait disposer à construire sur le projet un immense échafaudage de calculs, souvent il n'en reste plus assez pour y introduire une meilleure combinaison de lignes qui ferait disparaître de petits rayons, de fortes pentes, des dépôts, des emprunts de terre dont ces calculs même ont révélé l'inutilité. Ainsi un moyen de faire vite est presque toujours un moyen de faire bien.

C'est d'après ces considérations que l'administration a fait distribuer des tables qui donnent immédiatement les surfaces de déblai et remblai pour les trois profils de route le plus en usage et pour le cas où le profil du terrain peut se réduire à deux lignes se coupant sur l'axe du

projet; ces tables sont fort utiles : elles ont déjà rendu de grands services, mais elles n'ont que mieux fait sentir les inconvénients des longs calculs auxquels on est obligé d'avoir recours toutes les fois qu'il s'agit d'autres profils de terrains ou de projets, que ceux qu'elles ont prévus; enfin, elles exigent encore certains calculs préliminaires de la part de ceux qui les emploient.

Nous avons cherché à substituer à l'usage des tables un procédé graphique qui, en donnant immédiatement le métré d'une surface quelconque, pût s'appliquer à toute espèce de projets, et dont la simplicité fût telle qu'il pût être employé par tout le monde. Voici en quoi il consiste :

Pour mesurer la surface quelconque ABCDEF, Pl. 69, fig. 1, divisez l'espace compris entre deux tangentes parallèles extrêmes par une série de droites parallèles, dont la distance commune D soit assez petite pour que la courbe dans l'intervalle puisse être censée confondue avec la corde. Tous les trapèzes ainsi formés auront pour mesure la demi-somme de leurs côtés multipliée par leur distance. La surface entière sera donc exprimée par la somme des lignes droites ainsi tracées, multipliée par cette distance commune (1).

L'addition des parallèles inscrites dans la surface peut se faire de bien des manières : en promenant une règle divisée sur chacune d'elles et ajoutant les longueurs ainsi obtenues ; en les portant successivement avec un compas sur une ligne droite ; en leur appliquant un fil, etc., etc ;

(1) Il peut se présenter quelques cas particuliers où ce principe paraît recevoir une exception. Si la surface se terminait par deux lignes parallèles au système de division, les ordonnées extrêmes ne devraient entrer que pour moitié dans le total des longueurs; mais, comme on le verra plus tard, cette observation est sans importance dans la pratique, elle n'empêcherait d'ailleurs nullement l'application de l'instrument et du procédé. On opérerait une première fois sur toutes les ordonnées, et une seconde en omettant la première et la dernière, et on prendrait la moitié du tout. Ce procédé n'est, au reste, que l'application graphique de la méthode générale de la mesure des surfaces par le calcul intégral.

mais tous ces procédés sont plus longs et moins exacts que celui fourni par l'instrument que nous allons décrire.

Il se compose, *fig. 5*, d'une roulette de 0^m.10 de développement, emmanchée dans une fourchette qui lui permet de tourner librement. Une aiguille verticale fixée dans le prolongement de la fourchette affleure la circonférence et indique exactement le point de tangence. En promenant cette roulette, divisée en centimètres et millimètres, sur une ligne A———B, de manière que l'aiguille corresponde successivement aux points B et A, elle se déroulera d'une quantité égale et l'on pourra lire sa longueur sur la circonférence. Si l'on recommence la même opération sur la ligne A'———B', on aura la somme de ces deux lignes et ainsi de suite. Lorsque cette somme aura atteint 0^m.10, la roue aura fait un tour qui sera indiqué sur le cadran d'une petite roue dentée mise en mouvement par un pignon fixé à la roulette. Cette roue qui remplit l'office de compteur, a 60 dents, le pignon en a 6 : elle fait donc un tour toutes les fois que la grande roue en a fait 10 ou a parcouru un mètre. Cette longueur suffit à tous les cas ordinaires ; il serait d'ailleurs facile de décupler, centupler, etc., etc., la portée de l'instrument, au moyen de nouveaux pignons et de nouvelles roues dentées ; mais cette complication nous paraît inutile. Dans quelques cas exceptionnels et fort rares qui peuvent se présenter, on pourra diviser la surface en deux, en trois, ou compter soi-même avec attention les tours du compteur.

Il est presque inutile de dire maintenant comment on se sert de cet instrument ; les lignes équidistantes une fois tracées, on tourne le papier de manière qu'elles soient parallèles à celles d'un papier rayé pour écrire. On tient l'instrument verticalement, le cadran tourné vers soi de de telle sorte qu'il se trouve dans les plans successifs passant par les ordonnées. On les parcourt ensuite avec la pointe de l'aiguille qui affleure le papier sans y toucher,

en commençant par la plus éloignée et terminant par la plus près du corps. Il va sans dire qu'il faut légèrement appuyer pour que la roulette tourne sans glisser. On règle d'ailleurs son frottement au moyen d'une vis de pression. La seule attention à avoir, c'est de poser l'aiguille exactement au commencement de la ligne, ni en deçà, ni au delà, et de s'arrêter à l'extrémité. Si en poussant (2), on dépassait cette extrémité, on se corrigerait en revenant sur ses pas. Une fois la ligne parcourue, on lève légèrement la main et on vient prendre l'extrémité de la suivante, etc. etc.; à la fin de la dernière, on lit sur le compteur le chiffre passé sous l'aiguille, c'est celui des décimètres, et sur la roulette celui des centimètres et des millimètres.

Ainsi le compteur donnant. 3
 La roulette. 7^{ctres} 2^{millim.}
 La longueur trouvée sera. 0^m.372

Pour passer de ce chiffre à celui de la surface, il suffit de le multiplier par la distance choisie pour les ordonnées.

Soit D cette distance,
 la surface tracée sur le papier sera. 0^m.372D

Soit E pour mètre l'échelle du plan,
 la surface réelle sera. 0^m.372 $\frac{D}{E^2}$.

Supposons qu'il s'agisse d'un plan à l'échelle de 0^m.01 pour mètre, et que les ordonnées aient été tracées de 0^m.01 en 0^m.01.

$$\text{Nous aurons } \frac{D}{E^2} = \frac{0.01}{0.0001} = 100.$$

La surface trouvée plus haut serait. 37^{m.q.}.20

Il est toujours facile, par un choix et une combinaison convenables de l'échelle du plan et de la distance des or-

(2) Les numéros des roulettes sont établis pour qu'on s'en serve en *poussant*; un numérotage en sens inverse permettrait de s'en servir en *tirant*.

données de faire que la multiplication du nombre donné par la roulette se fasse par un chiffre comme 1, 2, 3 $\frac{1}{2}$... ou par un simple déplacement de la virgule. On peut même se dispenser de cette multiplication en déroulant la roulette sur une échelle préparée d'avance et calculée une fois pour toutes. Sachant, par exemple, que le choix de l'échelle du plan et la distance des ordonnées, $\frac{1}{150}$ et 0.003, imposent l'obligation de multiplier les longueurs par un nombre tel que $0^m.003 \times 150^2 = 67^m.50$, on ferait une échelle qui donnerait les surfaces correspondantes aux longueurs, c'est-à-dire que sur une ligne indéfinie, on coterait 1 mètre carré pour $0^m.014814$, 2 mètres pour 0.029628, etc., etc., puis on déroulerait la roulette sur cette ligne jusqu'à ce que les deux aiguilles fussent revenues à leurs zéros, et on lirait immédiatement sur l'échelle la surface correspondante obtenue par le parcours des ordonnées. Il est à remarquer que cette opération du déroulement est d'abord indispensable, puisque pour passer à une autre surface il faut ramener les aiguilles à zéro; qu'elle ne dure qu'un temps inappréciable; qu'enfin elle corrige les erreurs de construction de l'instrument; la roulette ne serait pas rigoureusement cylindrique, son développement et ses divisions seraient inexacts que ce procédé n'en donnerait pas moins la surface exactement. A la rigueur, il n'y a d'indication indispensable sur la roulette et le compteur que les zéros de départ.

Le tracé des ordonnées parallèles peut être évité ou du moins fait une fois pour toutes, au moyen d'un papier à calque sur lequel il est établi, qu'on pose sur la surface, et qu'on tourne de manière que les limites de la figure soient tangentes aux deux dernières ordonnées, comme dans la *fig. 1*.

Passons maintenant du cas général au cas particulier que nous avons eu surtout en vue en nous occupant de cet instrument, aux surfaces des déblais et remblais.

Ces surfaces se terminent ordinairement d'un côté par

les lignes régulières du projet. Il sera toujours facile de préparer le papier à calque de manière que les ordonnées passent par tous les angles du projet; quant aux angles du terrain, on en passera toujours assez près pour que l'erreur qui peut en résulter puisse être négligée, d'autant plus que cette erreur agit tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, de même pour les triangles extrêmes des talus dont la longueur peut bien se trouver inférieure à la distance des ordonnées, mais qui en différeront toujours assez peu. On n'aura donc qu'à promener la roulette sur les ordonnées inscrites dans la surface de déblai et de remblai pour en avoir immédiatement l'évaluation.

Voici, maintenant, quelques artifices qui peuvent rendre l'opération plus commode et plus exacte.

Lorsqu'il s'agit de projets dont les dimensions constantes doivent être appliquées à chaque profil de terrain, on trace la formule du projet sur le papier à calque rayé, comme il vient d'être dit, *fig. 2*. En appliquant ce papier sur chacun des profils du terrain à la hauteur indiquée par le profil en long, on obtient les surfaces de déblai et de remblai sans aucun dessin spécial, *fig. 4*. Si le résultat du calcul indique des améliorations à introduire dans le projet, soit pour diminuer les pentes, les déblais ou les remblais, on peut modifier le profil en long, déplacer l'axe du projet, et les mêmes profils de terrain serviront à tous les tâtonnements qu'on jugera utile de faire. Il n'y aura toujours qu'à appliquer le calque suivant les indications du plan et du profil en long. La roulette n'exige donc pas plus que les tables la représentation des profils en travers du projet; quant à ceux du terrain, c'est à tort, selon nous, qu'on a dit qu'on pouvait s'en passer. Il ne suffit pas pour l'exécution d'un projet de connaître la surface d'un profil, il faut aussi avoir sa largeur pour calculer les indemnités de terrain; d'autres tables sont venues, il est vrai, compléter cette lacune, mais souvent on a besoin

d'autres renseignements; il faut voir si telle propriété restera facilement accessible, connaître la hauteur, la longueur des talus, etc., etc. On peut, il est vrai, les demander encore à de nouvelles tables, et le plan lui-même pourrait se réduire à quelques formules; cependant il ne faut pas perdre de vue que les pièces d'un projet sont faites, non-seulement pour les ingénieurs, mais pour leurs agents, pour les entrepreneurs, pour le public; et que pour être compris de tout le monde et éviter soi-même de nombreuses erreurs, on ne saurait trop parler aux yeux. La nécessité de ce langage n'a pas échappé aux rédacteurs des tables; ils ne se sont pas bornés en effet à écrire en tête de leurs colonnes, déblais, remblais, pente et rampe; ils ont figuré le sens de ces mots par un dessin. Comment donc pourrait-on s'en passer pour apprécier le sens des chiffres du nivellement du terrain? Nous croyons même que l'application définitive du profil du projet sur celui du terrain est presque toujours indispensable, sinon pour la rédaction du projet, au moins pour son exécution. Cette opération peut être considérablement simplifiée en représentant les profils en travers du terrain sur un papier rayé verticalement, soit dans la pâte, soit au moyen de la gravure ou de la lithographie (3). Ces raies verticales équidistantes sont fort utiles au dessinateur pour représenter le terrain et le dispensent d'échelle pour les largeurs, en même temps qu'elles se trouvent toutes tracées pour le métré de la surface. Enfin s'il s'agit d'un profil de projet sans cesse répété, rien n'empêche de le faire reproduire simultanément par la gravure et la lithographie.

(3) Les procédés de reproduction sont aujourd'hui tellement perfectionnés que la différence du papier blanc au papier portant une empreinte est à peine sensible. On peut aussi faire soi-même du papier rayé en piquant des feuilles superposées au moyen d'un papier servant de matrice, ou d'une règle garnie d'aiguilles; il ne reste plus qu'à tirer les lignes, etc., etc.

Ainsi du papier pour projet de route porterait l'empreinte du profil de la route avec les talus et fossés pointillés, *fig. 6*. On n'aurait plus qu'à appliquer le terrain et à passer au trait plein les talus ou les fossés suivant les cas, *fig. 4*.

Quel est maintenant le degré d'exactitude de l'instrument? C'est ici le lieu de faire quelques observations d'autant plus essentielles que pendant longtemps on semble avoir perdu de vue complètement la nature des éléments sur lesquels reposent les calculs de déblais et remblais.

Nous rappellerons donc que le relief du terrain ne se représente que par la hauteur de certains points, bien peu nombreux par rapport à la surface du projet; que tous les autres sont supposés se trouver sur certaines surfaces assujetties à passer par ces mêmes points; que les calculs les plus exacts et les plus rigoureux reposent ainsi sur des données en partie arbitraires et en partie hypothétiques. Si on ajoute à ces circonstances les inexactitudes des instruments employés pour les nivellements du projet, celles qui sont commises ensuite en appliquant le projet sur le terrain, on ne pourra s'empêcher de convenir que si le calcul des déblais peut être rigoureux par rapport à un dessin convenu, par rapport au terrain il n'est jamais qu'une approximation plus ou moins grande selon les circonstances. Toutes les inexactitudes dont nous venons de parler tendent, en effet, à substituer à la surface du terrain et à celle du projet, d'autres surfaces qui en diffèrent de quelques centimètres; elles n'ont donc que peu d'importance, lorsqu'il s'agit de grands mouvements de terre, soit en déblai soit en remblai. 0^m.10 d'erreur dans une tranchée de 10 mètres, ne peut amener qu'une erreur de 1 pour 100 dans le résultat; mais lorsqu'un projet suit le terrain, qu'il se borne à en dresser les aspérités et les concavités au moyen de petits déblais et remblais, le

calcul des déblais et remblais n'a plus aucun rapport avec la réalité. Là où le dessin donne quelques centimètres de déblai, on pourra avoir en exécution quelques centimètres de remblai et réciproquement. D'un autre côté, il ne s'agit plus pour les ouvriers que d'un dressement dans lequel l'adresse et l'intelligence remplacent la force et le travail; il n'en coûte pas moins d'enlever $0^m.02$, $0^m.03$, $0^m.04$ de terre que $0^m.05$, $0^m.06$, $0^m.07$. Appliquer le calcul des cubes à de pareils travaux, est certes aussi inexact que ce le serait d'évaluer la taille de la pierre d'après le cube du déchet à enlever. Ce qu'il y a alors de plus exact et de plus court, c'est de substituer le calcul de la surface à celui des cubes, c'est-à-dire d'évaluer ces profils au mètre courant.

Il n'y a d'erreur possible dans l'emploi de la roulette qu'au commencement et à la fin des ordonnées. L'exactitude relative est ainsi d'autant plus considérable que cette ordonnée est elle-même plus longue; elle est donc toujours en rapport avec celle du calcul. Or l'expérience démontre que dans les limites ordinaires des profils, la différence du résultat du calcul à celui de la roulette n'est guère que de 2 à 3 pour 100 (4); et comme le calcul diffère certainement de la réalité dans des limites bien plus écartées, cette approximation nous paraît déjà bien suffisante.

La relation qui existe entre l'exactitude de l'instrument et la longueur des ordonnées fournit au reste un moyen d'augmenter indéfiniment les limites de cette exactitude. Il suffit de faire pour les profils en travers ce qu'on fait pour les profils en long; de prendre pour les hauteurs une échelle plus grande que pour les largeurs; on peut arriver ainsi à évaluer aussi exactement qu'on le voudra

(4) Il est à remarquer que cette erreur, étant tantôt en plus, tantôt en moins, peut s'atténuer par la répétition de l'opération sur le même profil, et qu'elle est nécessairement moindre pour la totalité du projet.

les plus petites surfaces. Pour les profils ordinaires, il suffit, en général, de prendre pour les hauteurs une échelle de 0^m.01 pour mètre, pour que le résultat ne laisse rien à désirer sous le rapport de l'exactitude. Dans ce cas, le papier à profil serait préparé comme dans la *fig. 6*. Remarquons encore que pour simplifier les calculs et même les tables, on substitue ordinairement aux lignes du projet d'autres lignes plus simples qui suppriment la forme, la pente des revers, etc., etc. Le procédé de la roulette peut se passer de cette tolérance, la lithographie ou la gravure donneront à aussi peu de frais la *fig. 7* que la *fig. 6*, et le résultat ne sera ni plus long ni plus difficile à obtenir. Enfin, la simplicité et la brièveté de l'opération en rendent la vérification tellement facile que des erreurs grossières telles que celles qui peuvent échapper dans les autres méthodes deviennent à peu près impossibles; et, à notre avis, ce sont les seules qu'il soit essentiel d'éviter dans un calcul qui repose sur des données aussi incertaines. En tenant compte de toutes les circonstances que nous venons d'énumérer, nous ne croyons pas qu'il y ait d'exagération à dire que les résultats de la roulette sont aussi exacts et méritent autant de confiance que ceux des tables ou du calcul.

Nous n'avons parlé jusqu'à présent que des projets de route, mais on a dû comprendre que ce que nous en avons dit s'appliquait à tous les autres, canaux, rigoles, chemins de fer, etc., pour lesquels nous croyons inutile d'entrer dans aucune explication spéciale.

Quant à la durée de l'opération, elle est nécessairement variable suivant la grandeur et le nombre des ordonnées. Pour un projet de route, par exemple, deux ou trois minutes suffisent pour calculer le profil le plus simple comme le plus compliqué, en inscrivant les surfaces dans les tableaux de déblai et de remblai. L'opération est plus rapide qu'avec les tables, à cause du calcul des deux

pentés de terrain et des moyennes à prendre lorsque les cotes sont impaires et des nouveaux calculs à faire lorsqu'on sort des limites. Mais c'est là, selon nous, un des moindres avantages de l'instrument ; dès qu'on est arrivé à calculer de 20 à 30 profils par heure, quelques profils de plus ou de moins importent peu ; quelques jours de travail suffiront toujours pour achever le plus long projet. L'essentiel est d'avoir remplacé le long, difficile et fastidieux calcul des surfaces, qui n'avait de l'exactitude que l'apparence, par une opération tellement simple, qu'elle se trouve à la portée de ceux même qui ne la comprendraient pas.

La roulette que nous venons de décrire n'est à proprement parler qu'un instrument d'addition et de soustraction graphiques. Or, comme tous les calculs peuvent se ramener par les logarithmes à ces deux opérations, il s'ensuit qu'elle est nécessairement propre à en donner une solution graphique. Il suffit de substituer à l'échelle ordinaire une échelle logarithmique pour trouver par un procédé analogue les résultats des formules les plus compliquées. Mais nous croyons inutile d'entrer ici dans aucun détail sur ces applications beaucoup moins usuelles.

Le dernier avantage de l'instrument que nous proposons est d'être portatif et peu dispendieux. Il n'est ni plus lourd ni plus grand qu'un compas, et s'il devenait un jour assez employé pour entrer dans le commerce, il ne serait certainement pas plus cher (5).

Châlons-sur-Marne, 26 février 1842.

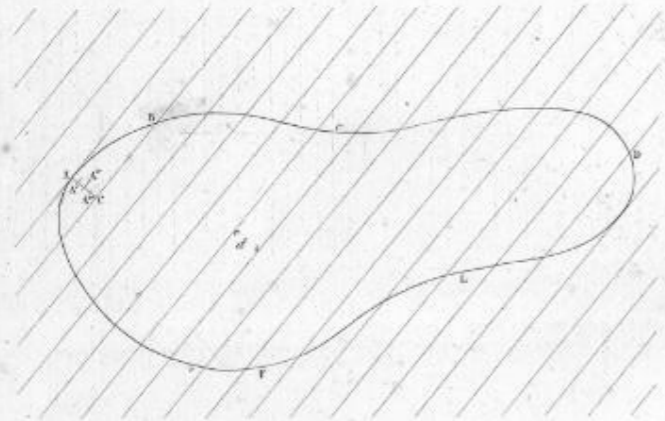
(5) Nous avons soumis cet instrument à M. le sous-secrétaire d'état des travaux publics qui nous a répondu (lettre du 7 février 1840) :

« Je pense avec le conseil général des ponts et chaussées qui a été appelé à donner son avis sur votre invention, que l'application de cet instrument aux calculs des projets sera d'une véritable utilité. »

Les quarante instruments demandés dans cette lettre ont été fabriqués par M. Carrut, horloger à Châlons-sur-Marne, au prix de 25 fr. la pièce y compris la boîte. »

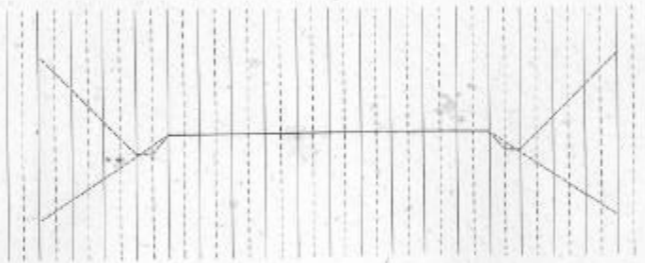
2^e Série.

Fig. 1.

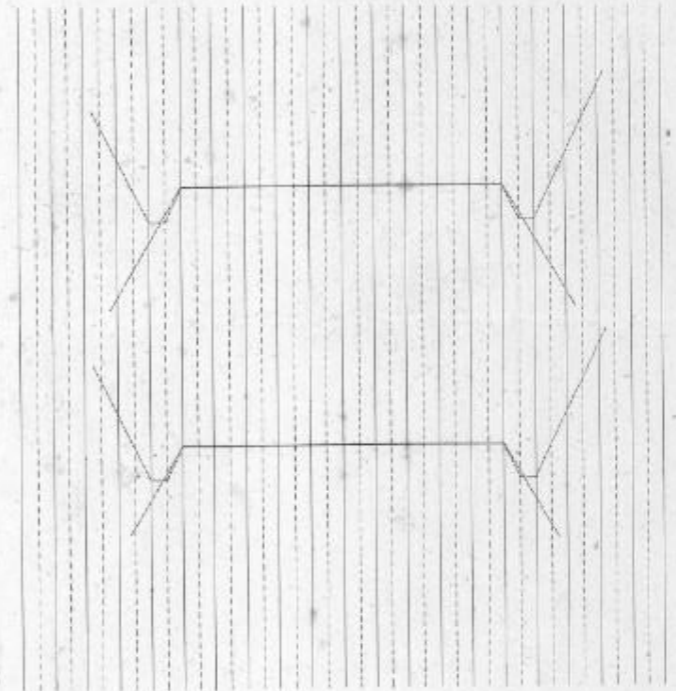


Papier à calque muni et portant le profil de la route.

Fig. 2.

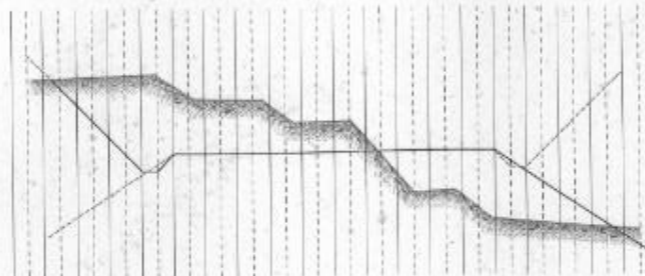


Papier préparé pour projet de route avec le dessin du profil sur deux échelles différentes. Fig. 3.



Papier à calque appliqué au profil du terrain.

Fig. 4.

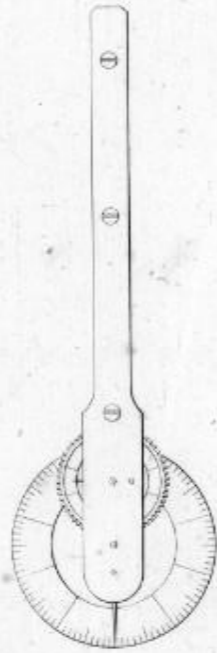


Dessein de la Roulette.

Vue par.

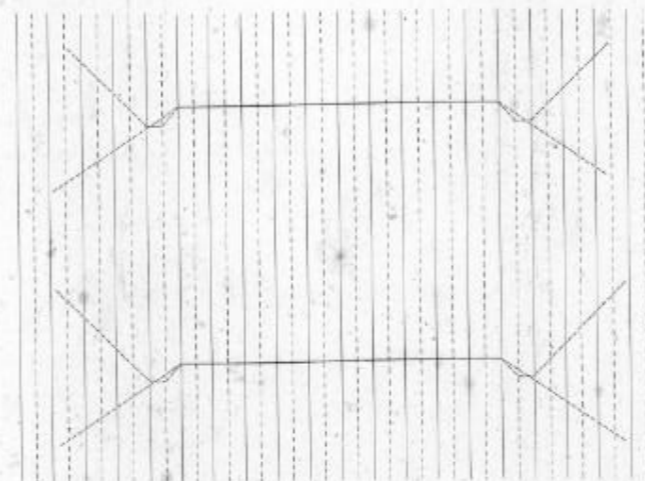
Fig. 5.

Elevation.



Papier préparé pour projet de route.

Fig. 6.



Papier préparé pour projet de route avec le dessin exact du profil sur deux échelles différentes. Fig. 7.

